TD02

Exercice 3 - Trous d'young éclairés par un doublet

1) $\delta(M) = \dfrac{ax}{D}$ (on prend $n=1$)

Donc $p(M) = \dfrac{ax}{\lambda D}$ et $I(x) = 2I_m\left(1+\cos\left(2\pi\dfrac{ax}{\lambda D}\right)\right)$

L'interfrange est la période spatiale de $I(x)$. Ici $i = \dfrac{\lambda_0 D}{a}$.

On a $\lambda_1 < \lambda_2$
donc $i_1 < i_2$

2) Non, les ondes de la raie 1 n'interfèrent pas avec les ondes de la raie 2 car elles sont incohérentes.

On peut donc sommer les éclairements :

$$I(x) = I_1(x) + I_2(x)$$
$$= 2I_m\left(2 + \cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda_1 D}\right) + \cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda_2 D}\right)\right)$$
$$= 4I_m\left(1+\cos\left(\pi\frac{ax}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\cos\left(\pi\frac{ax}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right)$$

Or, $\dfrac{1}{\lambda_1} + \dfrac{1}{\lambda_2} = \dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2} \simeq \dfrac{2\lambda}{\lambda^2} = \dfrac{2}{\lambda}$.

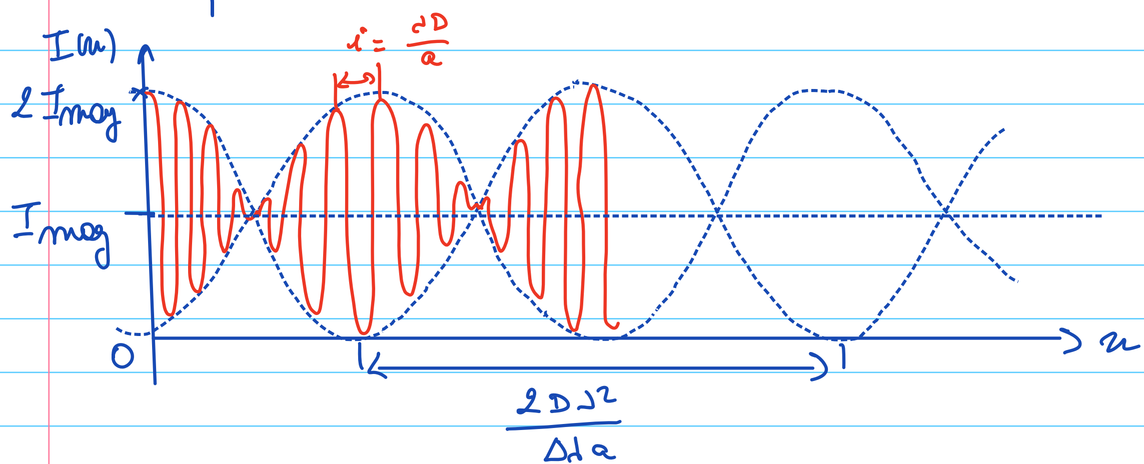
et $\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2} = \dfrac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1\lambda_2} \simeq \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$

Au final $I(x) = 4I_m\left(1+\cos\left(\pi\dfrac{ax}{D}\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)\cos\left(2\pi\dfrac{ax}{\lambda D}\right)\right)$.

3) $\cos\left(\pi \frac{ax}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$ a une période spatiale : $\frac{2D\lambda^2}{a\Delta\lambda}$ a priori très grde car $D \gg a$, $\Delta\lambda \ll \lambda$

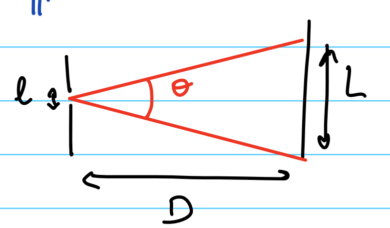
$\cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda D}\right)$ a une période spatiale $\frac{\lambda D}{a}$ ie la m̂ que l'interfrange de la figure d'interférence générée par une source monochromatique de longueur d'onde λ.

→ On peut donc interpréter $\cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda D}\right)$ comme un terme d'interférence
car $\cos\left(\pi \frac{ax}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$ comme un terme de contraste qui varie lentement dans l'espace.



4) La figure d'interférence est surtout visible dans la tache centrale de la diffraction.

Rappel :



$\theta \sim \frac{\lambda}{l}$

Calculons la taille de la tache centrale : $\theta \sim \frac{L}{D} = \frac{\lambda}{l}$

Donc $L = \frac{\lambda D}{a/10}$

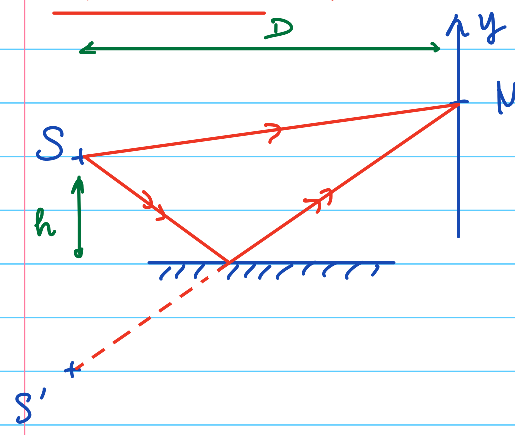
Comme il y a une frange ts les i, il y a $\frac{L}{i} = 10$ franges visibles.

La $1^{ère}$ annulation de contraste a lieu pour $x_1 = \dfrac{D\lambda^2}{2a\Delta\lambda} = 578\,i$

ie à la 578^e frange vers le haut

$\Rightarrow$ on ne voit pas l'effet de la polychromaticité de la source.

Exercice 4 - Miroir de Lloyd



1) Les rayons interférant en M viennent
→ directement de S (rayon 1)
→ sont réfléchis par le miroir (rayon 2) et sont donc éq. à un rayon qui viendrait de S'

2) cf calcul du cours, en n'oubliant pas le déphasage supplémentaire à la réflexion

$$\delta(M) = \frac{2h\,x}{D} + \frac{\lambda}{2}.$$

Donc $p(M) = \frac{2hx}{\lambda D} + \frac{1}{2}$

Ainsi $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{4\pi hx}{\lambda D} + \pi\right)\right)$

$$= 2\mathcal{E}_0\left(1 - \cos\left(\frac{4\pi hx}{\lambda D}\right)\right)$$

L'interfrange est $\boxed{i = \frac{\lambda D}{2h}}$.

3) Si l'extension est parallèle aux franges, la figure d'interférence est la même (même contraste) mais + lumineuse.
Si l'extension est perpendiculaire aux franges, la figure perd en contraste

4) Notons i' l'interfrange de l'image de la figure d'interférence.
P le plan de l'écran et P' l'image de l'écran par la lentille

On a $\gamma = \frac{i'}{i} = \frac{OP'}{OP}$ or $\frac{1}{\overline{OP'}} - \frac{1}{\overline{OP}} = \frac{1}{f'}$

Donc $\overline{OP'} = \frac{f' \times \overline{OP}}{f' + \overline{OP}}$ et $OP' = \frac{f'\,OP}{|f' + \overline{OP}|}$

Ainsi $i = \frac{i' \times \cancel{OP}}{f'\cancel{OP}} \times |f' + \overline{OP}|$ ______ ×

Et $h = \frac{\lambda D}{2i} = \frac{600.10^{-9} \times 25.10^{-2} \times 10.10^{-2}}{2 \times 1{,}5.10^{-3}\,|10.10^{-2} - 12.10^{-2}|} = \underline{0{,}25\text{ mm}}$

Exercice 5 - Interféromètre de Rayleigh

- Etat initial : T_1 et T_2 remplis d'air $\quad \delta(M) = \dfrac{nax}{D}$ en particulier $\delta(O) = 0$

- Au fur et à mesure qu'on fait le vide dans T_1, on raccourcit le chemin optique du rayon passant par T_1 (car n diminue)
Pour garder la même différence de marche, il faut donc raccourcir géométriquement le chemin du rayon passant par T_2 et rallonger géométriquement
→ les franges se déplacent vers le bas.

et $\delta'(O) = (n_{air} - n_{vide})\,\ell$ quand T_1 est vide

99 franges ont défilées et on a une frange sombre au final

Donc $\quad \delta'(O) = \delta(O) + 99\lambda + \dfrac{\lambda}{2}$

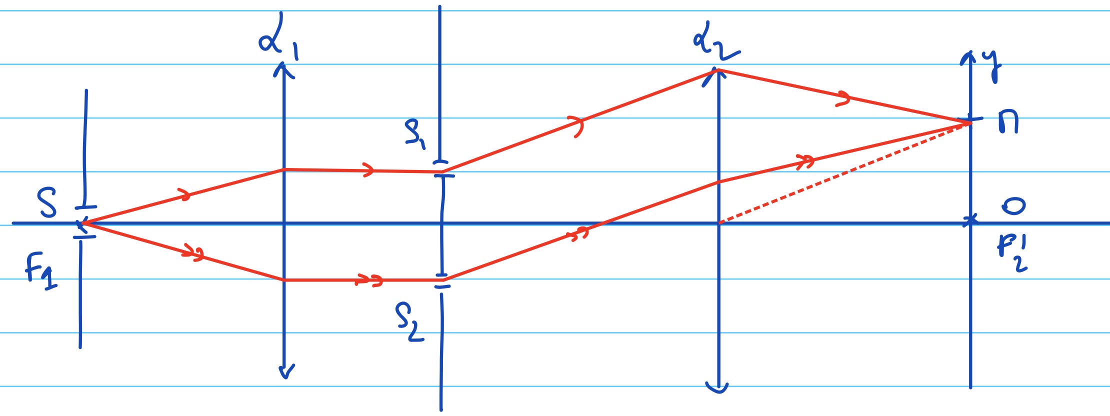
Ainsi $\quad (n_{air} - 1)\,\ell = 99\lambda + \dfrac{\lambda}{2}$

$$n_{air} = \frac{99\lambda + \lambda/2}{\ell} + 1 = \underline{1{,}00029}$$

Exercice 6 - Trous d'Young avec 2 lentilles

1) Par $\mathcal{L}_1$ l'image de S est à l'infini sur l'axe optique.
L'image par $\mathcal{L}_2$ de cet objet intermédiaire est donc le foyer principal image F_2'.

$$S \xrightarrow[\mathcal{L}_1]{} \infty \xrightarrow[\mathcal{L}_2]{} F_2'$$



2) On a $(SS_1) = (SS_2)$
Donc $\delta(M) = (S_1M) - (S_2M)$ → calcul du cours !
$$\delta(M) = \frac{ay}{f_2'}$$

On a alors $\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ay}{f_2'}\right)\right)$

Les franges sont donc bien les droites $y = \text{cste}$ et elles sont séparées de $i = \frac{f_2'\lambda}{a}$.

3) Si S_1 remonte de e, on a $a' = a + e$
⇒ l'interfrange diminue
⇒ la figure d'interférence se déplace : la frange lumineuse qui était en O ($\delta(O) = 0$) monte car le pt à équidistance de S_1' et S_2 est sur la médiatrice de $[S_1'S_2]$

4) On n'a plus $(SS_1) = (SS_2)$

$$\delta'(M) = \underbrace{(SS_1) - (SS_2)}_{\frac{ad}{f_1'}} + \underbrace{(S_1M) - (S_2M)}_{\frac{ay}{f_2'}} = a\left(\frac{d}{f_1'} + \frac{y}{f_2'}\right)$$

La frange qui était en O ($\delta(O)=0$) est décalée en O' tel que

$$\delta'(O') = 0 = a\left(\frac{d}{f'_1} + \frac{y_{O'}}{f'_2}\right)$$

ie $\boxed{y_{O'} = -\frac{f'_2}{f'_1} d} < 0$: la figure est décalée vers le bas.

Rq : on peut aussi raisonner qualitativement :
si on monte S : on raccourcit (SS_1) par rapport à (SS_2)
Donc pour retrouver $\delta = 0$, il faut | rallonger le chemin 2
| $(S_1 M) < (S_2 M)$
$\Rightarrow$ les franges défilent vers le bas

5) Si on élargit S, il y a perte progressive et uniforme du contraste.
En effet, chaque point de la fente est une source incohérente et donne une figure d'interférence décalée d'après la question précédente.
Ainsi, les figures d'interférence décalées se somment et on perd en contraste.

Exercice 7 - Fentes d'Young éclairées par une fente source

1) On observe des franges d'équations $y = \text{cste}$

2) On a $\delta(M) = \dfrac{ay}{D}$

Donc $\mathcal{I}(M) = 2 I_0 \left(1 + \cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda} \dfrac{ay}{D}\right)\right)$.

3) Chaque bande source génère une figure d'interférences d'interfrange identique mais décalées les unes par rapport aux autres, ce qui brouille la figure finale.

On a brouillage total si $p_{haut} - p_{centre} > \dfrac{1}{2}$ avec p_{haut} l'ordre d'interf. en M dû à la bande à l'extrémité haute et p_{centre} l'ordre d'interf. en M dû à la bande au centre.

On a $p_{centre} = \dfrac{ay}{\lambda D}$

$p_{haut} = \dfrac{ay}{\lambda D} + \dfrac{a\varepsilon}{\lambda d}$ cf cours pour la démo

Donc $\Delta p = \dfrac{a\varepsilon}{\lambda d} > \dfrac{1}{2} \iff \boxed{\varepsilon > \dfrac{\lambda d}{2a}}$

4) Chaque bande émet une onde incohérente : on somme donc les éclairements

Pour une bande donnée, on a un éclairement

position de M | position de la bande

$$dI(M) = 2 I_Y dY \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ay}{D} + \frac{aY}{d}\right)\right)\right)$$

On a alors $I(M) = \displaystyle\int_{Y=-\varepsilon}^{Y=+\varepsilon} 2 I_Y \, dY \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{y}{D} + \frac{Y}{d}\right)\right)\right)$

5) $$I(x) = 2 I_y \left(\left[Y \right]_{-\varepsilon}^{\varepsilon} + \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{Y}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) dY \right)$$

$$= 2 I_y \left(2\varepsilon + \left[\frac{d\lambda}{2\pi a} \sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{Y}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) \right]_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \right)$$

$\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2\cos a \sin b$

$$= 2 I_y \left(2\varepsilon + \frac{d\lambda}{2\pi a} \left(\sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{\varepsilon}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) - \sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{-\varepsilon}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) \right) \right)$$

$$= 2 I_y \left(2\varepsilon + \frac{d\lambda}{2\pi a} \times 2 \cos\left(\frac{2\pi a y}{\lambda D} \right) \sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} \right) \right)$$

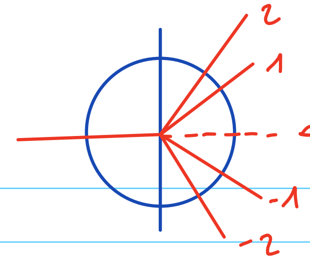
$$= 4 I_y \varepsilon \left(1 + \underbrace{\frac{d\lambda}{2\pi a \varepsilon} \sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} \right)}_{\text{terme de contraste}} \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi a y}{\lambda D} \right)}_{\text{terme d'interférences}} \right)$$

6) Il y a brouillage si $\frac{d\lambda}{2\pi a \varepsilon} \sin\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} \right) = 0$

ie $\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} = \pi$ (pas $= 0$ car $\frac{\sin x}{x} \xrightarrow[x \to 0]{} 1$)

ie $\boxed{\varepsilon = \frac{\lambda d}{2a}}$

on retrouve le résultat Q3 ! :)



Exercice 9 - Etalonnage d'un réseau

1) La formule des réseaux est la condition d'interférences constructives entre toutes les ondes issues du réseau.

Pour l'ordre p, on a $\sin\theta_p - \sin\theta = \frac{\lambda}{a} p$. $p \in \mathbb{Z}$.

2) Si le réseau est éclairé en incidence normale, on a symétrie des ordres 1 et -1 et 2 et -2, ie $\theta_{-1} = -\theta_1$ et $\theta_{-2} = -\theta_2$

Ici, l'angle α est lu par rapport à une référence inconnue, mais si l'incidence est normale, on aura $|\theta_{-1} - \theta_{-2}| = |\theta_2 - \theta_1|$

ie $|\alpha_{-1} - \alpha_{-2}| = |\alpha_1 - \alpha_2|$

Or $|\alpha_{-1} - \alpha_{-2}| = 42 + \frac{38}{60} - 23 - \frac{23}{60} = 19 - \frac{15}{60} = 19°15'$

$|\alpha_1 - \alpha_2| = 96 + \frac{40}{60} - 77 - \frac{20}{60} = 19°20'$

ce qui valide l'hypothèse d'incidence normale.

3) Les ordres 1 et -1 étant symétriques, on a $|\theta_1| = |\theta_{-1}|$

On a donc $2|\theta_1| = |\alpha_1 - \alpha_{-1}|$

et $\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$ Ainsi, $a = \frac{\lambda}{\sin\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_{-1}}{2}\right)} = \frac{\lambda}{\sin\left(\frac{77 + \frac{20}{60} - 42 - \frac{38}{60}}{2}\right)}$

$= 1,45\ \mu m$

On vérifie qu'on obtient le même résultat pour l'ordre 2.

On a donc $n = \frac{1}{a} = 686$ traits/mm

4) D'après la formule en incidence normale :

$$\frac{\sin \theta'_p}{\sin \theta_p} = \frac{\lambda'}{\lambda} \quad \text{donc} \quad \lambda' = \frac{\sin\left((\alpha'_2 - \alpha'_{-2})/2\right)}{\sin\left((\alpha_2 - \alpha_{-2})/2\right)} = \underline{546\ \text{nm}}$$